中山大学本科生练习考试

考试科目:《高数一练习题》(A 卷)

学年学期:	**2022–2023** 学年第 **2** 学期	姓　名:	
学　院/系:	数学学院	学　号:	
考试方式:	闭卷	年级专业:	
考试时长:	**120** 分钟	班　别:	

警示 《中山大学授予学士学位工作细则》第八条:“考试作弊者, 不授予学士学位.”

以下为试题区域, 共 15 道大题, 总分 100 分, 考生请在答题纸上作答

1. $\lim\limits_{n\to\infty} n\left[\left(1+\dfrac{1}{n}\right)^n-\mathrm{e}\right]$

2. $z=x\ln\left(x^2+y^2\right)$, 求在 $(1,2)$ 处的全微分

3. 计算积分 $I=\oint_{L^+}(y-z)\mathrm{d}x+(z-x)\mathrm{d}y+(x-y)\mathrm{d}z$, 其中 L^+ 为椭圆周:

$$\begin{cases} x^2+y^2=a^2 \\ \dfrac{x}{a}+\dfrac{z}{b}=1 \end{cases}$$, 其中 $a>0, b>0$

从 x 轴正向看去，L^+ 沿逆时针方向。

4. $y'' + y = x\cos 2x + \sin x, y(0) = 0, y'(0) = \dfrac{1}{18}$

提示　北大下 p192 例题 7

5. (1) 证明 $\displaystyle\int_0^1 \frac{\arctan x}{x\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$ 收敛.

(2) 求积分值。

提示　书上第 314 面原题。利用 $g(t) = \displaystyle\int_0^1 \frac{\arctan(tx)}{x\sqrt{1-x^2}}\,\mathrm{d}x$.

6. 求 $\sum_{n=1}^{+\infty} \frac{n}{(n+1)!}$

提示　证明 $\frac{e^x - 1}{x} = \sum_{n=0}^{+\infty} \frac{x^n}{(n+1)!}$

提示　第 280 页第三题